

Chceme nalézt všechna maximální řešení rovnice

$$xy' + y = -x^4y^5.$$

Po vydělení x jde o Bernoulliho rovnici (pro $\alpha = 5$) ve tvaru

$$y' + \frac{y}{x} = -x^3y^5.$$

Rovnici tedy přenásobíme $-4y^{-5}$, což dává ekvivalentní rovnici (pro $y \neq 0$)

$$-4y^{-5}y' - 4\frac{y^{-4}}{x} = 4x^3.$$

Zde substituujeme $z = y^{-4}$, $z' = -4y^{-5}y'$ čímž dostaneme rovnici

$$z' - \frac{4z}{x} = 4x^3$$

Použijeme metodu integračního faktoru. Máme

$$a(x) = -\frac{4}{x}, \quad A(x) = -\log(x^4), \quad b(x) = 4x^3.$$

Pro $B(x)$ počítáme integrál

$$\int b(x)e^{A(x)} dx = 4 \int x^3 \frac{1}{x^4} dx \stackrel{c}{=} \log(x^4),$$

a tedy $B(x) = \log(x^4)$ a obecné řešení má tvar

$$z(x) = \log(x^4)x^4 + Cx^4, \quad x \in (-\infty, 0), (0, \infty), \quad C \in \mathbb{R}.$$

Přechodem k původní Bernoulliho rovnici dostáváme

$$y(x) = \pm \sqrt[4]{\frac{1}{\log(x^4)x^4 + Cx^4}}, \quad C \in \mathbb{R}.$$

Nová podmínka pro x je $\log(x^4)x^4 + Cx^4 > 0$ což dává $|x| < e^{-\frac{C}{4}}$ a tedy maximální intervaly jsou $(-\infty, -e^{-\frac{C}{4}})$ a $(e^{-\frac{C}{4}}, \infty)$.

Konečně, při přechodu k počáteční rovnici vidíme, že lepení v 0 není možné, a rovněž vidíme, že nelze ani nalepovat na řešení $y = 0$.